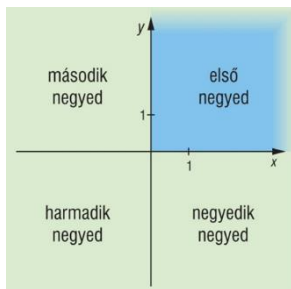


Függvénytani alapfogalmak

Bevezető fogalmak:

Derékszögű koordináta-rendszer:



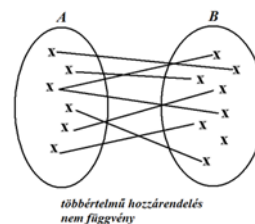
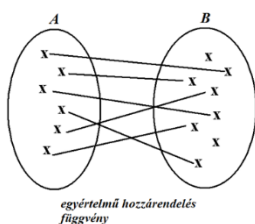
A derékszögű koordináta-rendszer segítségével a sík minden pontjához egy rendezett valós számpárt rendelünk: $P(x; y)$.

A számpár első tagja (**abszcisszája**) a pont y tengelytől mért előjeles távolságát, második tagja (**ordinátája**) a pont x tengelytől mért előjeles távolságát adja meg. Megfordítva is igaz, minden rendezett valós számpárhoz a sík egyetlen pontja tartozik.

Függvény fogalma, megadása:

Definíció:

Adott két halmaz, A és B , egyik sem üres halmaz. Ha az A halmaz minden egyes eleméhez valamilyen módon, de egyértelműen hozzárendeljük a B halmaznak egy elemét, akkor a hozzárendelést **függvénynek** nevezzük.



Jelölés: $f : A \rightarrow B, x \mapsto \dots$

Függvények megadása:

1. képlettel

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto 3x - 2$$

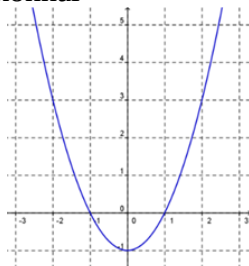
2. utasítással

Minden pozitív egész számhoz rendeljük hozzá a pozitív osztóinak a számát.

3. táblázattal

1	2	3	4	5	6
1	4	9	16	25	36

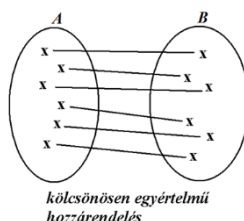
4. grafikonnal



Függvénytani alapfogalmak

Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés:

A kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés olyan függvény, amely az A halmaz minden eleméhez hozzárendeli a B halmaz egy-egy eleméhez, és a B különböző elemeihez A különböző elemeit rendeli.



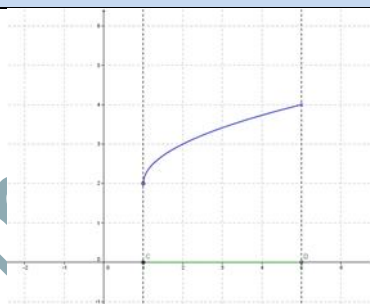
Helyettesítési érték:

Ha a változó helyére konkrét számokat helyettesítünk az értelmezési tartományból, akkor a műveletek elvégzése után egy számot, a függvény helyettesítési értékét kapjuk.

Függvények jellemzésének szempontjai:

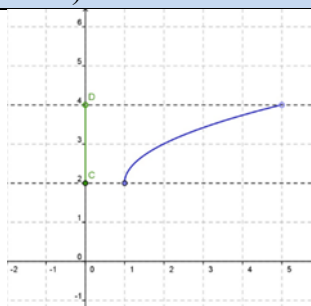
- **Értelmezési tartomány**

A változó lehetséges értékeinek a halmazát a függvény értelmezési tartományának nevezzük. (A halmaz.)



- **Értékkészlet**

A lehetséges függvényértékek halmazát a függvény értékkészletének nevezzük. (B halmaz vagy annak egy részhalmaza)



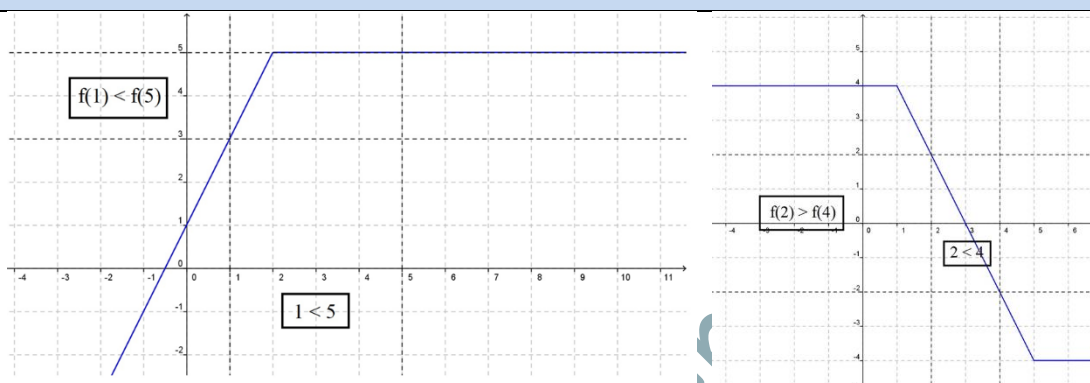
- **Menet**

Függvénytani alapfogalmak

Valamely f függvényt az értelmezési tartományának $[a;b]$ intervallumában monoton növekedőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in [a;b]$, $x_1 < x_2$ helyen $f(x_1) \leq f(x_2)$.

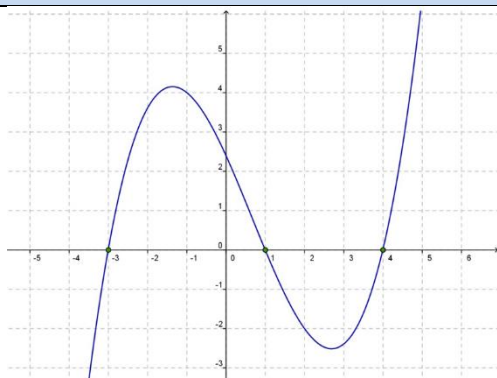
Valamely f függvényt az értelmezési tartományának $[a;b]$ intervallumában monoton csökkenőnek mondunk, ha bármely $x_1, x_2 \in [a;b]$, $x_1 < x_2$ helyen $f(x_1) \geq f(x_2)$.

Ha $<$ vagy $>$ reláció érvényes, akkor szigorúan monoton növekedésről illetve csökkenésről beszélünk.



• Zérushely

Valamely f függvény zérushelyeinek nevezzük az értelmezési tartományának mindazon x értékeit, amelyeknél $f(x) = 0$.



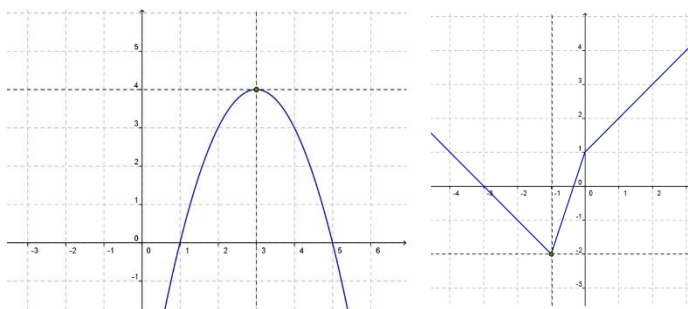
• Szélsőérték

Az f függvénynek maximuma van a változó x_1 értékénél, ha a függvény ott felvett $f(x_1)$ értékénél sehol sem vesz fel nagyobb értéket.

Az f függvénynek minimuma van a változó x_2 értékénél, ha a függvény ott felvett $f(x_2)$ értékénél sehol sem vesz fel kisebb értéket.

A függvény minimumát és maximumát összefoglalóan szélsőértéknek nevezzük.

Függvénytani alapfogalmak



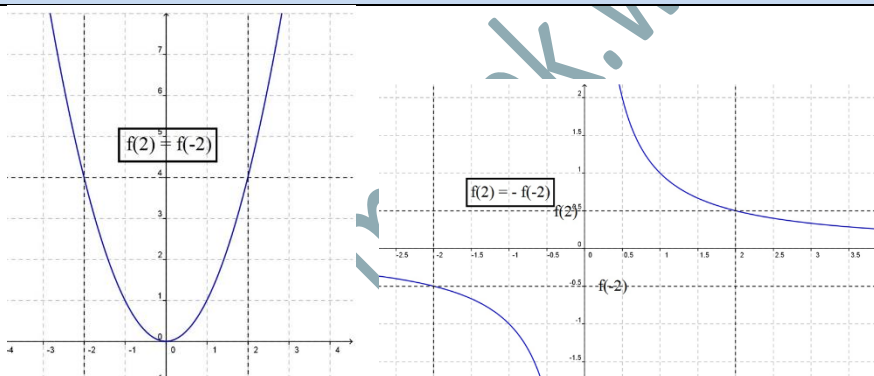
• Paritás

Az f függvényt párosnak nevezzük, ha

- a) valahányszor x eleme az értelmezési tartománynak, mindannyiszor $-x$ is eleme;
- b) és az értelmezési tartomány minden x elemére $f(x) = f(-x)$.

Az f függvényt páratlannak nevezzük, ha

- a) valahányszor x eleme az értelmezési tartománynak, mindannyiszor $-x$ is eleme;
- b) és az értelmezési tartomány minden x elemére $f(x) = -f(-x)$.



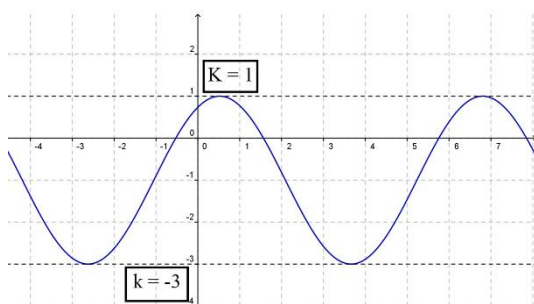
• Korlátosság

Egy f függvény felülről korlátos, ha létezik olyan K szám, hogy az értelmezési tartomány minden x elemére $f(x) \leq K$. A K számot a függvény felső korlátjának nevezzük.

Egy f függvény alulról korlátos, ha létezik olyan k szám, hogy az értelmezési tartomány minden x elemére $f(x) \geq k$. A k számot a függvény alsó korlátjának nevezzük.

Az f függvényt korlátosnak nevezzük, ha alulról és felülről is korlátos.

Függvénytani alapfogalmak

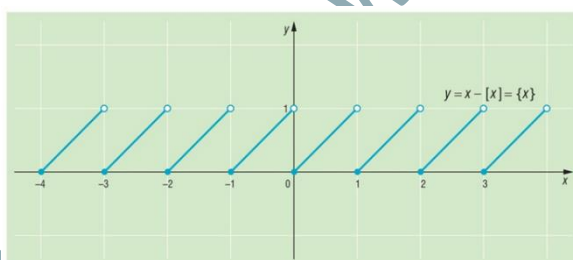


• Periodicitás

Az f függvényt periodikusnak nevezzük, ha létezik olyan $p > 0$ szám, amelyre a következő feltételek teljesülnek:

- ha x eleme az f függvény értelmezési tartományának, akkor $x + np$ ($n \in \mathbb{Z}$) számok is elemei;
- az értelmezési tartomány minden x elemére $f(x) = f(x + np)$, $n \in \mathbb{Z}$.

A p számot a függvény periódusának nevezzük. Ha van legkisebb ilyen p szám, akkor azt alapperiódusnak hívjuk.



Függvénytani alapfogalmak

Függvénytranszformációk:

Függvénytranszformációkkal elemi függvényekből a hozzárendelési szabály megváltoztatásával újabb függvényeket állíthatunk elő:

	Függvényérték transzformáció		Változó transzformáció	
Konstans hozzáadás	$f(x) + c$	A függvény képe az y tengely mentén $ c $ egységgel eltolódik, ha $c > 0$, akkor felfelé, ha $c < 0$, akkor lefelé.	$f(x + c)$	A függvény képe az x tengely mentén $ c $ egységgel eltolódik, ha $c > 0$, akkor balra, ha $c < 0$, akkor jobbra.
Előjelváltás	$-f(x)$	A függvény képe az x tengelyre tükröződik.	$f(-x)$	A függvény képe az y tengelyre tükröződik.
Nemnegatív számmal való szorzás	$c \cdot f(x)$	A függvény képe az y tengellyel párhuzamosan ha $c > 1$, akkor c -szeresére megnyúlik, ha $0 < c < 1$, akkor összenyomódik.	$f(c \cdot x)$	A függvény képe az x tengellyel párhuzamosan ha $c > 1$, akkor $\frac{1}{c}$ -szeresére összenyomódik, ha $0 < c < 1$, akkor megnyúlik.