

Differenciálszámítás

ÖSSZEFOGLALÁS

Elmélet:

- ▶ Válaszolj a tanultak alapján az alábbi kérdésekre!
- 1. Fogalmazd meg a differenciahányados definícióját!
- 2. Fogalmazd meg a differenciálhányados definícióját!
- 3. Fogalmazd meg a deriváltfüggvény definícióját!
- 4. Hogyan értelmezhetjük egy egyenes meredekségét?
- 5. Mit tekintünk egy P ponton átmenő m meredekségű egyenes egyenletének?
- 6. Mi a differenciálhányados geometriai jelentése?
- 7. Fogalmazd meg a két függvény összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának deriváltjára vonatkozó tételt!
- 8. Fogalmazd meg az összetett függvény deriváltjára vonatkozó tételt!
- 9. Fogalmazd meg és bizonyítsd be a hatványfüggvény deriváltjára vonatkozó tételt!

Feladatok:

6115 Érinti-e, és ha igen, mely pontban az $f(x) = -x^2 + 5x + 6$ függvény grafikonját az $y = 3x + 7$ egyenes?

6116 Számítsuk ki az $f(x) = x^4$ függvény differenciálhányadosának értékét az $x_0 = 3$ helyen.

6117 Deriváljuk a következő függvényeket:

a) $f(x) = (x^3 - 2x^2)(3x^2 + \sqrt{x} - 2);$

b) $g(x) = \cos(2x) \cdot \sin(x + \pi);$

c) $h(x) = \frac{x^3}{\sin x};$

d) $i(x) = \sin(\cos(x^3)).$

6118 Adjuk meg az alábbi függvények meghatározott pontbeli érintőjének egyenletét.

a) $f(x) = x^3 - x^2 + 4, x_0 = -1;$

b) $g(x) = x \cdot \sin x, x_0 = \frac{\pi}{2}.$

6119 Adott az $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 2$ függvény.

a) Határozzuk meg szélsőértékeit.

b) Határozzuk meg monotonitási viszonyait.

6120 A csomagolóüzem gépsorával a 30 centiméter oldalú, négyzet formájú kartonlapokból már szabályos hatszög alapú dobozokat is tudunk formára vágni és hajtogatni. Mekkora-nak állítsuk be a gépen a doboz magasságát, hogy a lehető legnagyobb térfogatú dobozokat állíthassuk elő? (A doboz térfogatát az alapterület és a magasság szorzataként kapjuk meg.)

6121 Inflexiós pontja van-e az $f(x) = \frac{x^5 - 6x^3}{x}$ függvénynek az adott pontokban?

a) $x_0 = -2$;

b) $x_1 = 0$;

c) $x_2 = 1$.

6122 Végezzünk teljes függvényvizsgálatot az $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ függvény-nél. Állapítsuk meg az értelmezési tartományt, a zérushelyeit, a szimmetriatulajdonságait, a folytonosságát, a határ-értékeit, az alaki tulajdonságait és az értékkészletét. Ábrázoljuk is a függvényt.