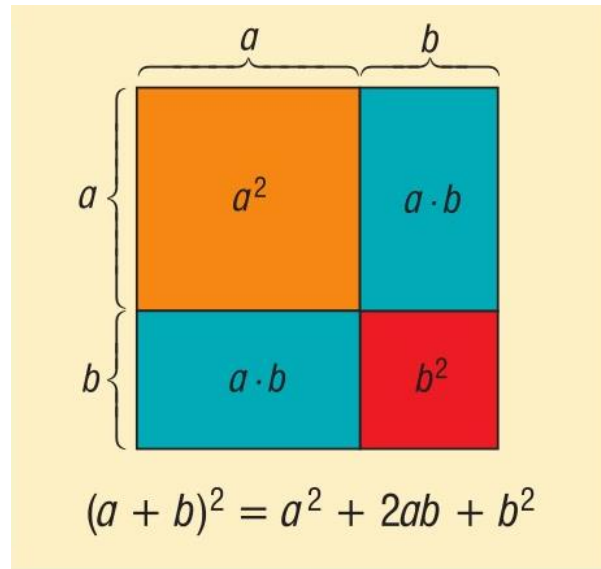


Nevezetes szorzatok

Számelmélet, algebra
Matematika R. É. V. 2.6.1.

Két tag összegének négyzete



$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Két tag összegének négyzetét megkapjuk, ha az első tag négyzetéhez hozzáadjuk az első és második tag kétszeres szorzatát és hozzáadjuk a második tag négyzetét.

Két tag összegének négyzete

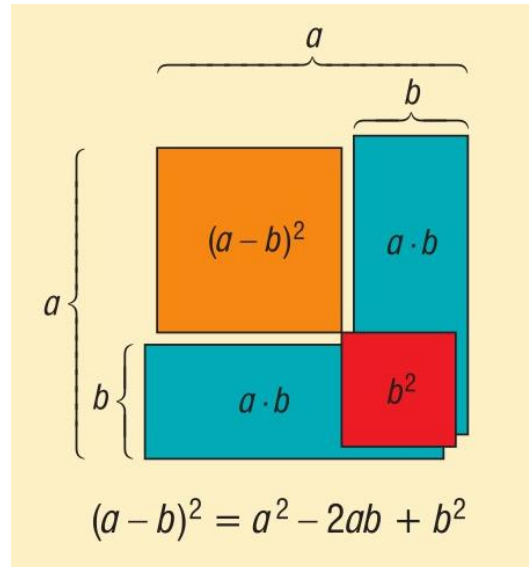
► Például:

$$(x + 3)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9;$$

$$(2a + 5)^2 = (2a)^2 + 2 \cdot 2a \cdot 5 + 5^2 = 4a^2 + 20a + 25;$$

$$\left(\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y\right)^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2}x \cdot \frac{2}{3}y + \left(\frac{2}{3}y\right)^2 = \frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{4}{9}y^2.$$

Két tag különbségének négyzete



$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2 = a^2 - 2ab + b^2.$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Két tag különbségének a négyzetét megkapjuk, ha az első tag négyzetéből kivonjuk az első és második tag kétszeres szorzatát és hozzáadjuk a második tag négyzetét.

Két tag különbségének négyzete

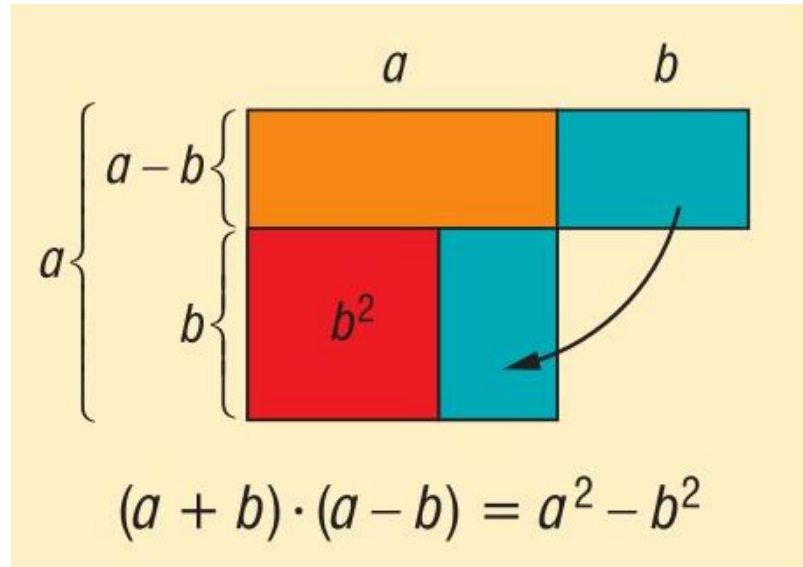
► Például:

$$(y - 4)^2 = y^2 - 2 \cdot y \cdot 4 + 4^2 = y^2 - 8y + 16;$$

$$(7x - 5y)^2 = (7x)^2 - 2 \cdot 7x \cdot 5y + (5y)^2 = 49x^2 - 70xy + 25y^2;$$

$$\left(\frac{2}{5}a - \frac{1}{4}b\right)^2 = \left(\frac{2}{5}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{2}{5}a \cdot \frac{1}{4}b + \left(\frac{1}{4}b\right)^2 = \frac{4}{25}a^2 - \frac{1}{5}ab + \frac{1}{16}b^2.$$

Két tag összegének és ugyanezen két tag különbségének a szorzata



$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - ab + ba - b^2 = a^2 - b^2.$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Két tag összegének és ugyanezen két tag különbségének a szorzatát megkapjuk, ha az első tag négyzetéből kivonjuk a második tag négyzetét. (Azt, hogy melyik az első illetve második tag a különbséget tartalmazó tényezőből döntjük el.)

Két tag összegének és ugyanezen két tag különbségének a szorzata:

► Például:

$$(a + 3)(a - 3) = a^2 - 9;$$

$$(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1;$$

$$(5a - 6b)(5a + 6b) = 25a^2 - 36b^2.$$

Háromtagú összeg négyzete

$$(a + b + c)^2 = [(a + b) + c]^2 = (a + b)^2 + 2(a + b)c + c^2 = \\ = a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc.$$

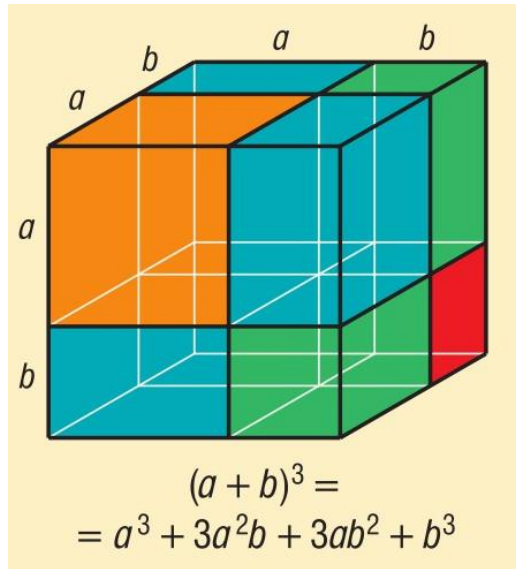
$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Több tag összegének a négyzetét megkapjuk, ha a tagok négyzetének összegéhez hozzáadjuk az összes lehetséges módon képzett kétszeres szorzatokat.

► Például:

$$(3x + 2y + z^2)^2 = (3x)^2 + (2y)^2 + (z^2)^2 + 2 \cdot 3x \cdot 2y + 2 \cdot 3x \cdot z^2 + \\ + 2 \cdot 2y \cdot z^2 = 9x^2 + 4y^2 + z^4 + 12xy + 6xz^2 + 4yz^2$$

Két tag összegének harmadik hatványa



$$(a + b)^3 = (a + b)(a + b)^2 = (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) =$$
$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

► Például:

$$(x + 2)^3 = x^3 + 3x^2 \cdot 2 + 3x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

Két tag különbségének harmadik hatványa

$$(a - b)^3 = (a - b)(a - b)^2 = (a - b)(a^2 - 2ab + b^2) = \\ = a^3 - 2a^2b + ab^2 - ba^2 + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

► Például:

$$(3a - 1)^3 = (3a)^3 - 3 \cdot (3a)^2 \cdot 1 + 3 \cdot 3a \cdot 1^2 - 1^3 = \\ = 27a^3 - 27a^2 + 9a - 1$$

Két további nevezetes azonosság:

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 + a^2b + ab^2 - a^2b - ab^2 - b^3 = a^3 - b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3$$

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$